

ШИФР 09-64

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Учащейся 9 класса
ОГБОУ «СОШ № 20 с УИОП г. Старого Оскола»

Саенко Ксения Станиславовна

Педагог-наставник:
учитель
ОГБОУ «СОШ №20 с УИОП г. Старого Оскола»
Криволапова Алла Васильевна

9.1 16 рыцарей (всегда врут)
 16 рыцарей (всегда говорят правду)] всего 32 чел.
 каждому могут дать не более 3 монет
 8 ответов "0" - 0 монет
 8 ответов "1" - 8 монет
 8 ответов "2" - 16 монет
 8 ответов "3" - 24 монет } 48 монет

По столько всего 32 человека и каждому могут дать не более 3 монет, то максимальное кол-во монет составит 96 монет

48 монет могут дать лжецам и 48 монет могут дать рыцарям

Можно сделать вывод, что:

96-88-88 (монет) - наибольшее кол-во монет можно дать сценарно всем 32 людям

Ответ: 88 монет наибольшее количество

9.2 Нет, не существует 18 последовательных натуральных чисел таких, что их суммы цифр этих чисел образуют 18 последовательных натуральных чисел, т.к. среди 18 чисел будет разрыв (99 → 100: 18 → 1) при переходе

Ответ: нет, не существует

9.3. Нужно найти все простые числа, которые могут быть делителями числа 3a-4b

Пусть $p = 3^n$, $q = 3^{n+1}$, $r = 3^{n+2}$, $s = 3^{n+3}$

разобьем на 2 пары
 $p, s - 1$
 $q, r - 2$

Итого: 8

№ п/п	Кол-во	Р. и. О. Проверено
1	1	Ш. А. Комаров
2	1	Ш. А. Комаров
3	5	Ш. А. Комаров
4	1	Ш. А. Комаров
5	0	Ш. А. Комаров

$$ps = q\Gamma = 3^{2n+3}$$

$$p+s = 3^n + 3^{n+3}$$

$$3^n = 28 \cdot 3^n = a$$

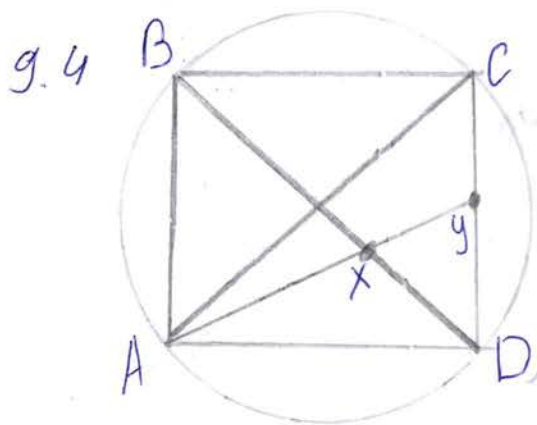
$$q+\Gamma = 3^{n+1} + 3^{n+2}(1+3) = 12 \cdot 3^n - 6$$

т.к. $a > 6$, тогда

$$3a - 46 = 3 \cdot 28 \cdot 3^n$$

$$4 \cdot 12 \cdot 3^n = (84 - 48) \cdot 3^n = 36 \cdot 3^n = 4 \cdot 9 \cdot 3^n = 2^n \cdot 3^{n+2}$$

Ответ: 2 и 3



Дано: ABCD - четырехугольник

$$a \cap BD = X$$

$$a \cap CD = Y$$

Доказать: описанные окружности
треугольников $\triangle ABX$ и $\triangle ACY$ касаются

Доказательство:

Равенство углов в опис. окружности
 $\angle ADB$ и $\angle ACB$ (опираются на дугу AB)

$\angle CBD = \angle CAD$ (опираются на дугу CD)

Выразим $\angle AXB$

$$\angle AXB = 180^\circ - \angle BAX - \angle ABX$$

$\angle BAX = \angle BCD$ (т.к. лежат на BD и A, X, Y коллинеарны
на Y на CD, поэтому AX часть AY)

ABX и ACY касаются A

Таким. BXP

$$\angle AXB = \angle ADB + \angle XBD$$

X лежит на BD \Rightarrow BD угол между BX и BY

$$\text{т.е. } \angle XBD = \angle CBD \Rightarrow \angle AXB = \angle ADB + \angle CBD$$

$$\angle AXB = \angle ACB + \angle CAD$$

Выразим $\angle A\gamma$

$$\angle A\gamma C = 180^\circ - \angle \gamma AC - \angle \gamma CA$$

$$\angle \gamma AC = \angle DAC \text{ (}\gamma \text{ на } CD)$$

$$\angle \gamma CA = \angle DCA \text{ (}\gamma \text{ на } CD)$$

Тогда $\triangle ADC$

$$\angle A\gamma C = 180^\circ - \angle B\gamma A - \angle DCA$$

$$\angle DAC + \angle DCA = 180^\circ - \angle ADC$$

в окружности $ABCD$: $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$

Тогда $\triangle ACD$

$$\angle A\gamma C = 180^\circ - \angle CAD - \angle ACD$$

$$\angle ACB + \angle CAD = \angle ACD$$

$$\angle ACB + \angle CAD = \angle A\gamma C$$

след. в $\triangle AC\gamma$

$$\angle A\gamma C = 180^\circ - \angle \gamma AC - \angle \gamma CA$$

$$\angle A\gamma B = \angle A\gamma C$$

Пусть x - касательная к окружности $(AB\gamma)$ в точке $A \Rightarrow \angle A\gamma B$

В окружности $AC\gamma$ угол между хордой AC и касательной A равен вписанному углу, опирающемуся на дугу AC т.е. $\angle A\gamma C$

т.к. $\angle A\gamma B = \angle A\gamma C$, то x также касательная к $AC\gamma$ в точке A

ч.т.д.

9.5. Нет, нельзя